CENTRUM EDUKACJI OBYWATELSKIEJ

matematyka

MATERIAŁY DYDAKTYCZNE

Łukasz Badowski

Spis treści

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.
Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

autor: Łukasz Badowski

CYFROWA
AKADEMIA

LICZBY I WYRAŻENIA

WSTĘP: testowanie prawa Benforda

Do wykonania wstępnego badania potrzebne będą tabele danych statystycznych dla możliwie naturalnych zjawisk. stosunkowo najlepsze są tutaj np. tabele powierzchni państw czy gmin lub tabele mas atomowych pierwiastków.

W celu wykonania doświadczenia ustawiamy wszystkie liczby w ciąg, a następnie badamy częstość występowania cyfr na pierwszym miejscu znaczącym w zapisie.

Niezależnie od rodzaju danych – jeśli tylko nie są one arbitralnie zmieniane przez człowieka lub nie mają naturalnych ograniczeń skali – powinniśmy uzyskać ten sam prosty rozkład statystyczny.

1	30.1%
2	17.6%
3	12.5%
4	9.7%
5	7.9%
6	6.7%
7	5.8%
8	5.1%
9	4.6%

Rozkład ten nazywamy rozkładem Benforda.

Interesujący jest kolejny eksperyment – przeliczenie powierzchni państw na inną jednostkę, np. na mile kwadratowe lub akry. Mimo zmiany jednostki uniwersalny charakter rozkładu zostaje zachowany.

ZADANIE: analiza uczciwości polityki cenowej sklepu

Rozkład cyfr w dużej puli cen powinien przypominać rozkład Benforda. To jest oczywiście – gdyby sklep nie stosował żadnej polityki cenowej. Tak jednak nie jest. Najczęściej występującą cyfra w cenach jest oczywiście 9. A to dlatego, że ceny kończące się na 99 wyglądają na atrakcyjniejsze (nieco mniej, lecz podobnie atrakcyjna wydaje się cena z końcówką 49).

Klientom wydaje się, że cena taka została obniżona z wyższej. Ale czy tak jest w istocie? O tym można przekonać się porównując częstość występowania drugiej znaczącej cyfry.

Gdyby ceny rzeczywiście były obniżane, dziewiątki pojawiałyby się kosztem wiodących cyfr 1, 2 oraz 3. Na przykład ceny 2,12 lub 2,00 zamieniłyby się n 1,99.

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.
Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX
autor: Łukasz Badowski

Dobór próby

Prawo Benforda stosuje się do serii liczb ciągnących się przez kilka rzędów wielkości, dlatego do badania wybierać należy sklepy o możliwie szerokim asortymencie – na liście muszą znaleźć się produkty zarówno o cenach w granicach kilku, kilkudziesięciu, jak i kilkuset czy kliku tysięcy złotych. Idealnym podmiotem do takich badań są więc sieci oferujące sprzęt RTV+AGD, markety budowlane, czy supermarkety oferujące żywność, chemię domową oraz produkty AGD.

Można badać również sklepy internetowe – tutaj dodatkową atrakcją jest możliwość łatwego pobrania dużej liczby cen przy zastosowaniu sprytnych narzędzi informatycznych

Pomiar

Do analizy potrzeba dużej liczby cen z jednego sklepu (lub jednej sieci zarządzanej jedną polityką cenową). Porządek cen nie gra roli – liczy się jedynie ciąg liczb.

Należy policzyć częstość występowania określonych cyfr na drugim miejscu po przecinku.

Szczególnie interesujące jest analizowanie cen w okresach tzw. 'obniżek cen', zwłaszcza po świetach lub w wakacje.

Interpretacja wyników

To, czego szukamy to anomalie w stosunku do rozkładu Benforda dla pierwszych cyfr w cenach oraz różnice w częstości występowania niektórych cyfr na drugim miejscu ceny. Spodziewamy się dziewiątek i do pewnego stopnia czwórek na wiodących miejscach. Ale najciekawsze są proporcje cyfr na drugim miejscu po przecinku.

Jeśli sklep rzeczywiście obniża ceny, spodziewamy się, że nastąpi wyraźne zmniejszenie częstości niskich cyfr na drugim miejscu po przecinku. Jeśli natomiast ceny są podwyższane – na rzecz dziewiątek znikną raczej cyfry z przedziału 6 do 8.

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.

Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

autor: Łukasz Badowski

POJĘCIE FUNKCJI I FUNKCJA LINIOWA

Celem zadania jest wykonywanie regularnych pomiarów w określonym (długim) przedziale czasu i prezentowanie ich na prostych wykresach.

ZADANIE: mokra i sucha temperatura

Do wykonania projektu potrzebne będą dwa termometry zaokienne z odsłoniętą dolną bańką. Nie ma znaczenia, czy termometry będą rtęciowe czy inne. W zasadzie mogą być nawet elektroniczne byleby można dostać się do sondy pomiarowej. Najlepiej i najprościej jednak jest użyć tradycyjnych termometrów cieczowych.

Ponadto potrzebne będą również niewielkie ilości bawełny, gazy lub podobnego materiału, oraz ewentualnie gumka recepturka.

Budowa urządzenia

Za oknem lub na balkonie mocujemy trwale dwa termometry. Powinny one znajdować się blisko siebie, w miejscu umożliwiającym nie tylko swobodny odczyt ale też dającym możliwość swobodnej manipulacji.

Pomiar

Zgodnie z wyznaczonym harmonogramem (raz dziennie, w określonych godzinach, etc.) wykonujemy pomiar temperatury. Jeden z termometrów osuszamy, natomiast bańkę drugiego otulamy mocno zwilżonym kłębkiem materiału. Czekamy kilka chwil (ok. 1-3min) aż ustali się stabilna sytuacja. Odczytujemy temperaturę suchego i mokrego termometru. Wyniki zaznaczamy w tabeli.

Pomiary muszą być wykonywane często – na przykład kilka razy dziennie o stałych porach. Dla porównania wyników w projekcie ustalone zostały następujące przedziały czasowe:

06:00 – 08:00
11:00 – 13:00
16:00 – 18:00
21:00 – 23:00

Wyniki z długiego okresu pomiarów (min. 30 dni) przedstawiamy na wykresie

Porównanie wyników online

Dla celów porównania wyników online tworzymy tabelę według następującego formatu:

dzień1_godz06	dzień1_godz11	dzień1_godz16	dzień1_godz21
dzień2_godz06	dzień2_godz11	dzień2_godz16	dzień2_godz21
dzień3_godz06	dzień3_godz11	dzień3_godz16	dzień3_godz21
dzień4_godz06	dzień4_godz11	dzień4_godz16	dzień4_godz21

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.
Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

autor: Łukasz Badowski

Tabelę zapisujemy jako plik tekstowy i ładujemy narzędziem dostępnym na stronie internetowej. W trakcie pobierania danych system zapyta nas o współrzędne geograficzne punktu pomiarowego. Możemy je łatwo odczytać, korzystając z serwisu maps.google.com lub podobnego.

Interpretacja wyników

Różnica pomiędzy temperaturą suchego i mokrego termometru wynika z wilgotności powietrza. Dlatego przebiegi tych temperatur są zgodne tylko w miejscach, w których panuje wilgotność rzędu 100% (np. w afrykańskiej dżungli).

Urządzenie, które zbudowaliśmy do pomiarów to psychrometr – na podstawie jego odczytów i dość skomplikowanych obliczeń można wyznaczać wilgotność powietrza.

Zbadaj przebieg funkcji otrzymanych w wyniku pomiarów i porównaj je z jakimiś danymi historycznymi dotyczącymi pogody w mierzonym okresie. Spróbuj uzyskać dane dotyczące wilgotności powietrza dla miejscowości, w której wykonywano pomiary. Czy dopasowują się one do danych z obserwacji?

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.

Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

TRYGONOMETRIA, PLANIMETRIA, GEOM.

Do modułu funkcje dołączamy działalność polegającą na wykonaniu prostych pomiarów geograficzno-astronomicznych, do których potrzebna jest prosta aplikacja lub lookup table na stronie WWW.

WSTĘP: zapomniana funkcja trygonometryczna

Tradycyjna szkolna lista funkcji trygonometrycznych obejmuje

sinus
cosinus
tangens
cotangens

Bardziej ambitni uczniowie (i nauczyciele) wprowadzają jeszcze secans i cosecans

secans
cosecans

Tymczasem w XIX wieku w powszechnym użytku były jeszcze inne funkcje trygonometryczne:

sinus versus
cosinus versus
exsecans

Pełna menażeria funkcji to: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7b/Circle-trig6_pl.svg (aut. Steven G. Johnson)

Ale najważniejszą z zaginionych funkcji trygonometrycznych była funkcja, zwana z angielskiego haversin, czyli *half of versin (sinus versus)*.

$$hav(\alpha) = \frac{1 - \cos(\alpha)}{2}$$

Stanowiła podstawę tablic haversinów potrzebnych do szybkiego wyznaczania odległości dla celów nawigacji morskiej. W czasach gdy nie było komputerów, a wszystkie obliczenia trzeba było wykonywać ręcznie, takie tablice znacząco pomagały w pracy nawigatora. Stosowano wtedy następującą formułę

$$h = hav(\phi_2 - \phi_1) + \cos(\phi_2)\cos(\phi_1)hav(\lambda_2 - \lambda_1)$$

gdzie ϕ_1, ϕ_2 to szerokości geograficzne,
a λ_1, λ_2 to długości geograficzne

Mając tablicę funkcji odwrotnych do *hav*, można było obliczyć szybko odległość sferyczną pomiędzy dwoma punktami, których współrzędne geograficzne się znało.

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.
Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

$d = rhav^{-1}(h)$

lub ewentualnie
$d = 2r\mathrm{arcsin}^{-1}(\sqrt{h})$

Zauważmy, że *d* jest odległością po liczoną po powierzchni Ziemi, przy założeniu, że Ziemia jest kulą. To oczywiście wprowadza pewien błąd, ale dla naszych celów dokładność wzoru hawersinów wystarczy.

ZADANIE: wyznaczanie odległości sferycznej

Przygotowanie

Do wykonania obliczeń potrzebne będzie wyznaczenie długości i szerokości geograficznej dwóch punktów na Ziemi. Dane te można odczytać z mapy (w wersji papierowej) lub za pomocą narzędzi dostępnych w internecie (należy jedynie pamiętać, aby dane były w formacie stopień-minuta-sekunda).

Obliczenia online

Logujemy się na stronie kursu i otwieramy zakładkę z tablicą haversinów. Typowa tablica haversinów pozwala na proste sprawdzenie jednocześnie cosinusów i haversinów zadanego kąta. Takie ułożenie danych znacząco ułatwia obliczenia.

Załóżmy na przykład, że zmierzona szerokości geograficzne punktów to 53o 12' 16'' oraz 52o 05' 01''. Różnica między nimi wynosi 01o 07' 15''.

W tablicy odszukujemy wiersz

			cos	hav
52	05	01	????	????
…	…	…	…	…
53	12	16	????	????

zapisujemy od razu cosinusy szerokości, a następnie przechodzimy do wiersza

01	0t	15	????	????

skąd odczytujemy haversin.

Wykonujemy odpowiednie mnożenia i odejmowania.

Teraz przechodzimy do zakładki z odwrotnym haversinem. W tablicy odszukujemy uzyskaną przed chwilą wartość i odczytujemy odwrotność. Pomnożona przez wartość promienia Ziemi w kilometrach da nam ona wynik w postaci odległości, jaką musimy przebyć pomiędzy dwoma punktami po powierzchni Ziemi.

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.
Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

Interpretacja wyników

Oczywiście wyniki są obarczone sporym błędem.

Po pierwsze – odczyt szerokości i długości geograficznej może być błędny lub niedokładny. Korzystanie ze wskazań GPS daje dokładność do kilkunastu metrów.

Po drugie – formuła stosowana do obliczeń w tablicach ma skończoną dokładność. Wyniki zaokrąglone są do konkretnego miejsca po przecinku.

Po trzecie (i najważniejsze) – wzór haversinów ma zasadniczą wadę, bowiem zakłada, że Ziemia jest sferą. W praktyce promień Ziemi jest różny dla różnych szerokości i długości geograficznych. Tak naprawdę Ziemia jest nieregularną geoidą, dlatego promień nie jest stały nawet na określonej szerokości geograficznej!

Można spróbować poprawić oszacowanie wyliczając średnią z danych szerokości geograficznych. Zakładając, że Ziemia jest bryłą obrotową, można przyjąć stały promień dla danej średniej szerokości. Jeśli różnica szerokości geograficznych nie jest duża, to oszacowanie powinno być dokładniejsze.

Istnieje stosunkowo skuteczna metoda matematyczna przekształcenia wyników wzoru haversinów ze sfery na elipsoidę obrotową, której kształt znacznie lepiej przybliża rzeczywisty kształt Ziemi, jednak zagadnienie to wykracza poza ramy niniejszego kursu.

Wartości funkcji trygonometrycznych można obliczyć np. na stronie https://www.wolframalpha.com/

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.

Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

GEOMETRIA I STEREOMETRIA

Do modułu dołączamy stronę z siatkami brył w pdfach.

WSTĘP: Klasyfikacja brył

Bryły to obiekty geometryczne powstające przez sklejanie wieloboków w trzech wymiarach. Wieloboki stanowią ściany brył. Osobną grupę brył stanowią bryły obrotowe – tymi nie będziemy się zajmować na razie. To zadanie dotyczy tylko wypukłych brył złożonych ze ścian, które są wielobokami foremnymi.

W zależności od stopnia złożoności bryły może ona należeć do różnych kategorii. Najbardziej symetryczne i regularne bryły tworzą dość wąskie i mało liczne kategorie. Im liberalniej traktujemy reguły ich tworzenia, tym więcej możliwości, a co za tym idzie – więcej ciekawych kształtów.

Najprostsze bryły, które mają tylko jeden typ ścian, będących wielobokami foremnymi to **bryły platońskie**.

Jest ich pięć:

- czworościan
- sześcian
- ośmiościan
- dwunastościan
- dwudziestościan

Sześcian ma kwadratowe, a dwunastościan – pięcioboczne ściany. Reszta ma ściany będące trójkątami równobocznymi.

Drugą, nieco szerszą grupą brył są bryły archimedejskie. Różnią się one od platońskich przede wszystkim tym, że mogą mieć dwa lub więcej typów ścian. Mimo tego wierzchołki są zawsze tego samego rodzaju – schodzą się w nich zawsze tyle samo ścian określonych typów.

Bryły archimedejskie powstają z brył platońskich poprzez rozmaite operacje przycinania wierzchołków, fazowania krawędzi, a także operacje skręcania. W sumie jest ich 13.

- Czworościan ścięty
- Sześcian ścięty
- Ośmiościan ścięty
- Dwunastościan ścięty
- Dwudziestościan ścięty
- Sześcio-ośmiościan
- Sześcio-ośmiościan rombowy mały
- Sześcio-ośmiościan rombowy wielki
- Sześcio-ośmiościan przycięty

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.
Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX
autor: Łukasz Badowski

Dwudziesto-dwunastościan

Dwudziesto-dwunastościan rombowy mały

Dwudziesto-dwunastościan rombowy wielki

Dwudziesto-dwunastościan rombowy wielki

Figury zawierające w nazwie słowo *przycięty* to tak naprawdę dwie bryły, liczone jak jedna. Mają one bowiem tak zwaną symetrię chiralną, czyli, że występują w dwóch formach, tak jak lewa i prawa ręka.

W tym miejscu warto rozważyć jeszcze dwie rodziny brył. Są to graniastosłupy i antygraniastosłupy. Oba typy brył powstają z dwóch identycznych wieloboków, leżących na równoległych płaszczyznach. Boki górnej i dolnej podstawy graniastosłupa połączone są ze sobą kwadratami. Antygraniastosłup powstaje przez skręcenie jednej z podstaw tak, że wierzchołek jednej podstawy wypada nad środkiem boku drugiej. Ścianami antygraniastosłupa są trójkąty równoboczne.

Jednych i drugich jest nieskończenie wiele bowiem wieloboki foremne można konstruować w nieskończoność. W zasadzie spełniają one te same reguły co bryły archimedejskie.

Jeszcze szerszą klasa brył są bryły Johnosna. Tutaj wystarczy żeby bryła była wypukła, a ściany były wielobokami foremnymi. Wierzchołki nie muszą już być identyczne

ZADANIE: modele brył

Zadanie jest proste – na kolejnych podstronach znajdują się siatki brył różnego rodzaju: platońskich, archimedejskich, czy brył Johnsona. Należy je wydrukować, wyciąć, a następnie skleić.

Strony z siatkami brył:

http://mathworld.wolfram.com/PlatonicSolid.html

http://mathworld.wolfram.com/ArchimedeanSolid.html

http://mathworld.wolfram.com/JohnsonSolid.html

http://www.matematyka.wroc.pl/book/siatki-wielo%C5%9Bcian%C3%B3w-archimedesowych

http://www.matematyka.wroc.pl/book/siatki-wielo%C5%9Bcian%C3%B3w-plato%C5%84skich-0

http://www.matematyka.wroc.pl/book/siatki-wielo%C5%9Bcian%C3%B3w-johnsona-(wybrane-przyk%C5%82ady)

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.

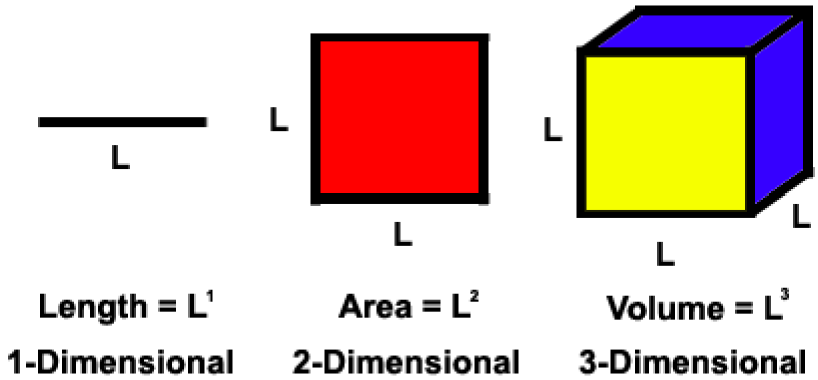
Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

autor: Łukasz Badowski

FUNKCJA KWADRATOWA, WYKŁADNICZA

WSTĘP: fraktale i wymiar fraktalny

Fraktal (z łac. *fractus* – połamany) to taki obiekt, który zachowuje się inaczej niż typowe kształty geometryczne. Typowe kształty mają dobrze określony wymiar. Figury są jednowymiarowe, ich



wnętrza są dwuwymiarowe, a bryły są trójwymiarowe.

Fraktale wymykają się tej klasyfikacji. Im dokładniej je mierzymy tym… większe się wydają. Niezależnie od tego jak dokładna jest linijka, którą zmierzymy obwód kwadratu, jest on równy zawsze tyle samo. Kwadrat o boku 1m ma zawsze 4m obwodu i to jest zawsze 400cm, 4000mm i tak dalej...

Tymczasem fraktale mogą mieć różne wyniki, w zależności od dokładności pomiaru. Długość linii brzegowej wyspy – powiedzmy Anglii – może wydawać się inna, jeśli mierzymy ja w dziesiątkach kilometrów, a inna jeśli mierzymy ja kolejno w kilometrach, metrach, centymetrach i tak dalej.

Fraktale mają **wymiar fraktalny**. Nie musi on być wcale liczbą całkowitą. Oddaje to ważną cechę fraktali – nawet jeśli złożone są z małych odcinków jednowymiarowych, potrafią zajmować przestrzeń jakby były 'trochę' dwuwymiarowe. Tak właśnie dzieje się z liniami brzegowymi, zwłaszcza typu fiordowego lub riasowego.

Funkcja, która opisuje wymiar fraktalny to:

$$N(b) \approx C \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^D$$

Gdzie *b* to wielkość jednostki, którą mierzymy fraktal, *N(b)* to zmierzona długość, *C* to jakaś stała liczbowa, a *D* to wymiar fraktala.

Widać to na tej animacji.

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.
Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

Kolejne slajdy animacji lub prezentacji powinny pokazywać wielkość pudełka (a dokładniej *1/n* gdzie *n* to bok pudełka) oraz liczbę pudełek na aktualnym slajdzie. Animacja powinna pokazywać to równolegle obok siebie dla dwóch przypadków – Wlk Brytanii i wyspy o kształcie koła lub prostokąta. Dla Wielkiej Brytanii spodziewamy się, że liczba pudełek będzie rosnąć, a dla prostokąta będzie stała.

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.
Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

autor: Łukasz Badowski

ZADANIE: wyznaczanie wymiaru fraktalnego linii brzegowej

Przygotowanie

Do wykonania obliczeń potrzebne będą mapy jakiegoś fragmentu wybrzeża, najlepiej jak najbardziej urozmaiconego. Mapy takie można stworzyć jako pliki graficzne na podstawie serwisu maps.google.com lub podobnego. Ponieważ będziemy wykonywać pomiary w różnych skalach, potrzebujemy kilku powiększeń.

Mapy zapisujemy w plikach graficznych z możliwie małą kompresją.

W programie graficznym (np. GIMP) przygotowujemy siatki – pliki zapełnione pionowymi i poziomymi liniami w stałych odległościach, tworzącymi kwadratowe pola.

Pomiar

Otwieramy plik z mapą w programie graficznym, a następnie naklejamy na niego plik z siatką kwadratową – idealnie jeśli program pozwala na stworzenie warstw. Wtedy warstwa z siatką powinna być przezroczysta, tak, aby mapa wystawała spod siatki.

Powiększamy lub pomniejszamy siatkę tak, aby kwadraty miały jakąś określoną wielkość w skali mapy (powiedzmy 100km, 10km, 1km, etc). Za pomocą narzędzia wypełniania zamalowujemy wszystkie kwadraty, w których znajduje się fragment morza i fragment lądu jednocześnie – czyli takie, przez które przechodzi linia brzegowa. Kwadraty wewnątrz lądu i kwadraty na pełnym morzu pozostawiamy przezroczyste.

Zliczamy zapełnione kwadraty i zapisujemy w tabeli. Operację powtarzamy na mapach o różnej skali i siatek kwadratów o różnych wielkościach.

Przykład tabeli

bok kwadratu	liczba kwadratów
100 km	2
50 km	6
10 km	63
5 km	179

Obliczenia

Logujemy się do modułu i wpisujemy nasze wyniki w tabeli.

Aplet wykreśli nasz wykres, korzystając ze specjalnego wykresu zwanego wykresem dwulogarytmicznym. Logarytm to funkcja odwrotna do funkcji wykładniczej. Program przepuścił nasze dane przez funkcję logarytmiczną zarówno na osi X jak i na osi Y.

Dzięki temu zabiegowi ujrzymy na wykresie jak nasze wyniki zbiegają do pewnej prostej. Nachylenie wykresu tej prostej to szukane przez nas *D*, czyli wymiar fraktala.

Projekt „Cyfrowa Akademia" prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.
Liderem projektu „Cyfrowa Akademia" jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

autor: Łukasz Badowski

Warto zrobić eksperyment dla prostych figur geometrycznych, jak koło, prostokąt, czy trójkąt. Prosta na wykresie będzie całkiem pozioma, a wymiar będzie równy 1.

Dla rzeczywistych linii brzegowych wymiar będzie większy niż jeden. Linia brzegowa Wielkiej Brytanii na przykład ma wymiar około *1,25*. Dla fragmentów wybrzeża Norwegii liczba ta będzie jeszcze bliższa *2*.

Swoimi wynikami można pochwalić się na forum i porównać uzyskane dane dla znanych i popularnych wybrzeży – polskiego Bałtyku, mazurskich jezior, lub bardziej egzotycznych – Norwegii, czy delty Amazonki.

*OBRÓBKA DANYCH W ARKUSZU KALKULACYJNYM (Excel, Calc, itp.)

1. W sąsiadujących kolumnach wpisz dane (w jednej -y w drugiej y-greki)
2. Zaznacz kolumny i skorzystaj z funkcji Utwórz Wykres
3. Wybierz wykres punktowy
4. Po utworzeniu wykresu zaznacz kolejno osie i ustaw je jako logarytmiczne

W celu znalezienia nachylenia, użyj funkcji dodaj linię trendu. Wybierz opcję "potęgowy". Nie zapomnij ustawić "Pokaż równanie na wykresie". Z równania możesz odczytać wykładnik potęgi, który jest szukanym wymiarem.

Projekt „Cyfrowa Akademia” prowadzony jest ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju.

Liderem projektu „Cyfrowa Akademia” jest Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej. Projekt realizowany w partnerstwie z Wojskową Akademią Techniczną w Warszawie i Szkołą Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie oraz firmą NebulaX

autor: Łukasz Badowski